

2019~2020学年天津和平区天津市耀华中学高二下学期期末数学试卷

一、选择题

(本大题共10小题，每小题5分，共50分)

1. 若随机变量 X 的分布列如下表所示，则 p 等于() .

X	-1	2	4
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{3}$	p

- A. 0
- B. $\frac{2}{15}$
- C. $\frac{1}{15}$
- D. 1

2. 已知 i 是虚数单位，则 $\frac{3+i}{1-i} = ()$.

- A. $1 - 2i$
- B. $2 - i$
- C. $2 + i$
- D. $1 + 2i$

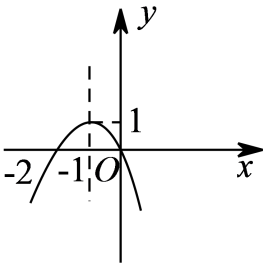
3. $(1 - 3x)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为() .

- A. -270
- B. -90
- C. 90
- D. 270

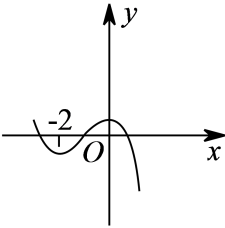
4. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma)$ ， $P(X \leq 4) = 0.8$ ，则 $P(X \leq 0) = ()$.

- A. 0.1
- B. 0.2
- C. 0.4
- D. 0.5

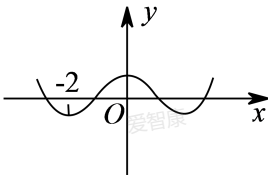
5. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 的图象如图所示，那么 $f(x)$ 的图象最有可能的是() .



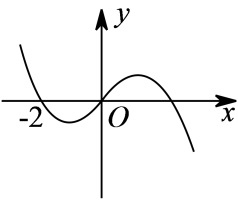
A.



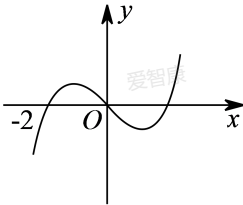
B.



C.



D.



6. 如果随机变量 X 表示抛掷一个各面分别标有1, 2, 3, 4, 5, 6的均匀的正方体面向上的数字，那么随机变量 X 的期望为() .

A. 2.5

B. 3

C. 3.5

D. 4

7. 已知盒中装有3只螺口灯泡与7只卡口灯泡，这些灯泡的外形与功率都相同且灯口向下放着，现需要一只卡口灯泡，电工师傅每次从中任取一只并不放回，则在他第1次抽到的是螺口灯泡的条件下，第2次抽到的是卡口灯泡的概率为（ ）.

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{7}{8}$

D. $\frac{7}{9}$

8. 6位选手依次演讲，其中选手甲不在第一个也不在最后一个演讲，则不同的演讲次序共有（ ）.

A. 240种

B. 360种

C. 480种

D. 720种

9. 为支持武汉抗疫，捐赠给某医院5台不同的呼吸机（厂家和型号不同），现在要分给3个不同的科室，每个科室都能分到呼吸机，则有（ ）种不同的分法.

A. 300

B. 240

C. 210

D. 150

10. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{(x-1)^2}{2}$ ，若存在 $x_0 > 1$ ，当 $x \in (1, x_0)$ 时，恒有 $f(x) > k(x-1)$ ，则实数 k 的取值范围为（ ）.

A. $(0, 1)$

B. $(-\infty, 1)$

C. $\left(0, e - \frac{1}{e} - 1\right)$

D. $\left(-\infty, e - \frac{1}{e} - 1\right)$

二、填空题

（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

11. 用数学归纳法证明不等式“ $2^n > n^2 + 1$ 对于 $n \geq n_0$ 的自然数 n 都成立”时，第一步证明中的起始值自然数 n_0 应取为_____.

12. 函数 $f(x) = 12x - x^3$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值是_____.

13. 函数 $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1$ 在区间 $(a - 1, 2a + 1)$ 上是减函数，则实数 a 的取值范围是_____.

14. 已知随机变量 X 的分布列如下表所示，若 $E(X) = \frac{1}{3}$ ，则 $D(X) =$ _____.

X	-1	0	1
P	a	$\frac{1}{3}$	c

15. 某大厦的一部电梯从底层出发后只能在第18, 19, 20层停靠，若该电梯在底层载有5位乘客，且每位乘客在这三层的每一层下电梯的概率均为 $\frac{1}{3}$ ，用 X 表示这5位乘客在第20层下电梯的人数，则 $E(X) =$ _____.

16. 已知 $\left(ax + \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中各项系数之和为1024，则 $\alpha =$ _____，展开式中项的系数的最大值为_____。（用数字作答）

三、解答题

（本大题共2小题，共26分）

17. 已知箱中装有4个白球和5个黑球，且规定：取出一个白球得2分，取出一个黑球得1分．现从该箱中任取（无放回，且每球取到的机会均等）3个球，记随机变量 X 为取出3球所得分数之和．

- (1) 求 X 的分布列；
- (2) 求 X 的数学期望 $E(X)$ ．

18. 已知函数 $f(x) = x - a \ln x$, $g(x) = -\frac{1+a}{x}$, $(a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 的极值 .

(2) 设函数 $h(x) = f(x) - g(x)$, 求函数 $h(x)$ 的单调区间 .

(3) 若在 $[1, e]$ ($e = 2.718 \cdots$) 上存在一点 x_0 , 使得 $f(x_0) < g(x_0)$ 成立 , 求 a 的取值范围 .